

**А. В. КРИВОШЕЯ, Ю. М. ДАНИЛЬЧЕНКО, В. Е. МЕЛЬНИК, Б. С. ВОРОНЦОВ, Н. А. ДОЛГОВ,  
Д. Т. БАБИЧЕВ, Д. А. БАЛАНДИН, Т. Е. ТРЕТЯК**

### **СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ И ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ЗУБЧАТЫХ ЗВЕНЬЕВ ПЛОСКИХ СИСТЕМ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ**

В статье представлен анализ существующих структурных схем синтеза плоских систем зубчатых зацеплений. На основании этого анализа предложена обобщающая структурная схема синтеза плоских систем зубчатых зацеплений. Эта схема включает возможные варианты синтеза плоских зубчатых контуров и плоских исходных формообразующих контуров. На конкретном примере раскрыты особенности обобщенной структурной унифицированной математической модели прямого и обратного формообразования сложнопрофильных цилиндрических зубчатых передач с использованием теории отображения аффинного пространства.

**Ключевые слова:** цилиндрические зубчатые передачи, формообразование, исходный контур, исходный формообразующий контур.

**А. В. КРИВОШЕЯ, Ю. М. ДАНИЛЬЧЕНКО, В. Е. МЕЛЬНИК, Б. С. ВОРОНЦОВ, М. А. ДОЛГОВ,  
Д. Т. БАБИЧЕВ, Д. А. БАЛАНДИН, Т. Е. ТРЕТЯК**  
**ВДОСКОНАЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ І ЛОГІЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕОРЕТИЧНОГО СИНТЕЗУ  
ЗУБЧАТИХ ЛАНОК ПЛОСКИХ СИСТЕМ ЗУБЧАТИХ ЗАЦЕПЛЕНЬ**

В статті представлений аналіз існуючих структурних схем синтезу плоских систем зубчатого з'єднання. На основі цього аналізу запропоновано загальну структурну схему синтезу плоских систем зубчастих з'єднань. Ця схема включає можливі варіанти синтезу плоских зубчастих контурів і плоских вихідних формотворчих контурів. На конкретному прикладі розкриваються особливості загальної структурної уніфікованої математичної моделі прямого і зворотного формування складнопрофільних циліндричних зубчастих передач з використанням теорії відображення афінного простору.

**Ключові слова:** циліндричні зубчасті передачі, формотворення, вихідний контур, вихідний формотворювальний контур.

**A. V. KRIVOSHEYA, Yu. M. DANILCHENKO, V. E. MELNYK, B. S. VORONTSOV, N. A. DOLGOV,  
D. T. BABICHEV, D. A. BALANDIN, T. E. TRETYAK**  
**PERFECTION OF MATHEMATICAL AND LOGICAL MODELS OF THEORETICAL SYNTHESIS  
OF THE TOOTHED LINKS OF THE FLAT SYSTEMS GEARS**

The article presents an analysis of existing structural schemes for the synthesis of flat systems of toothed gears. On the basis of this analysis a generalized structural scheme of the synthesis of flat systems of toothed gears is proposed. It is shown that the generalizing structural scheme of the synthesis includes the initial data, the elements of the initial profile (basic point coordinates, lines of lines and circles) of the links (initial form-forming profile, initial contour, initial shaping contour, workpieces of shaped contours, contour of conjugate gear wheels, set of initial producing contours), as well as connections, constraints and conditions that ensure the task and shaping of the toothed contours. The article also presents a generalized geometric-kinematic scheme for the shaping of a flat gearing, which includes a number of possible initial shaping contours, a number of possible contours of the preforms of the forming elements, many possible options for the relative installation of the links of the system, and a multitude of possible movements of the initial shaping link relative to the workpiece of the toothed gear. The structural generalized unified mathematical and logical models of the formation of flat gear units are developed and presented in a matrix form. Examples and features of formation of flat gear units are given.

**Keywords:** cylindrical gears, shaping, initial contour, initial shaping contour.

**Постановка проблемы.** В последние годы возрастает потребность в использовании сложнопрофильных высокоточных деталей машин.

Одними из таких деталей являются цилиндрические зубчатые передачи и детали шлицевых соединений с постоянными углами наклона линии зуба и сложными, постоянными вдоль линии зуба, торцовыми профилями зубьев, которые состоят из объединенных отрезков различных линий.

Появившееся в последние годы цилиндрические зубчатые передачи и детали шлицевых соединений с новыми видами зацеплений Новикова-Вильдгабера, передачи с несимметричными и модифицированными эвольвентными профилями, с синусоидальными, эволютными, полигонными и др. профилями и, в тоже время, повышение требований к функциональным, качественным, эксплуатационным (контактная и изгибная прочность, долговечность), экономическим (снижение себестоимости), экологическим (снижение уровня шума), массогабаритным и др. показателям цилиндрических зубчатых передач требуют разработки более совершенных методик их теоретического синтеза, в том числе, обобщающих и унифицированных

методик теоретического формообразования цилиндрических сложнопрофильных зубчатых передач. Эта проблема является важной и актуальной для возрождающегося машиностроения Украины.

Теоретическое формообразование таких сложнопрофильных цилиндрических зубчатых передач и деталей шлицевых соединений решается в рамках плоских систем синтеза зубчатых зацеплений [1].

Следует учитывать, что по современным представлениям плоская система синтеза цилиндрических зубчатых зацеплений является подсистемой более общей системы синтеза зубчатых зацеплений, включающей весь жизненный цикл зубчатой передачи [2]. В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с теоретическим синтезом цилиндрических зубчатых передач, профили которых постоянны вдоль линии зуба.

**Анализ литературы.** Вопросы задания, математического описания, теоретического формообразования, геометро-кинематического синтеза зубчатых передач рассматривались в работах Ф.Л. Литвина, М.Л. Ерихова, Н.И. Колчина, Г.А. Шевелёвой, М.Л. Новикова, В.П. Шишова, Э.Б. Вулгакова, В.Н. Севрюка, И.А. Болотовского, Н.Э. Тернюка, А.И. Павлова, П.Р. Родина, С.И. Лашнева,

М.И. Юликова, Ю.В. Цвиса, Б.А. Перепелицы, Д.Т. Бабичева, А.Д. Баландина, В.С. Люкшина, С.П. Радзевича, В.Т. Портмана и др. ученых [1, 3 – 21].

На необходимость создания обобщенных (универсальных) унифицированных математических моделей, алгоритмов и программ на ПЭВМ для компьютерного моделирования зубчатых и формообразующих зацеплений различных классов, видов, типов и процессов их формообразования указывают многие ученые, работающие в области проектирования и производства зубчатых передач. Так проф. М.Л. Ерихов [3] пишет, что единственный путь сокращения огромного объема аналитической и иной работы при исследовании зубчатых зацеплений – "создание таких методов исследования, которые позволили бы получить единые расчётные зависимости и алгоритмы и, следовательно, единую программу вычислений на ЭВМ для максимально широких совокупностей зубчатых зацеплений". Попытки создания обобщенных моделей (разной степени обобщения) теоретического синтеза зубчатых и формообразующих зацеплений предпринимались М.Л. Ериховым, Г.А. Шевелевой, Д.Т. Бабичевым, С.И. Лашневым, Ю.В. Цвисом, В.Т. Портманом и др. [3, 5, 17, 14, 15, 21]. Совершенствование обобщенной унифицированной методики теоретического синтеза систем плоских зубчатых зацеплений позволит в будущем создать более совершенную систему синтеза пространственных систем зубчатых зацеплений различных классов, видов и типов с учетом всех этапов жизненного цикла зубчатых передач [2].

Прежде чем разрабатывать обобщенную унифицированную структурную математическую и логическую модель теоретического синтеза плоских систем зубчатых зацеплений необходимо разработать обобщенную структурную схему (граф) синтеза плоских систем зубчатых зацеплений.

Наиболее информативно сопряженную цилиндрическую зубчатую передачу необходимо задавать с использованием исходного формообразующего тела или исходного формообразующего контура, т.е. синтез формообразующего и рабочего зацепления взаимосвязаны и представляют единую систему зацепления.

Эта система зацеплений может быть представлена в виде графа и определяет способ задания исходных формообразующих контуров и сопряженных или соединенных в пару зубчатых контуров.

Впервые обобщенная структурная схема теоретического синтеза систем зубчатых передач была предложена проф. М.Л. Ериховым для решения вопросов систематизации и классификации зубчатых зацеплений [3]. Для случая синтеза цилиндрических зубчатых передач с постоянным торцовым профилем вдоль линии зуба структурная схема, предложенная проф. М.Л. Ериховым, представлена на рис. 1.

Основной и первой особенностью задания или формообразования цилиндрических зубчатых передач является тот факт, что их проектирование необходимо производить совместно для соединенных в пару зубчатых контуров цилиндрических зубчатых передач [1]. Следовательно, звеньями обобщенной системы теоретического формообразования плоских систем зубчатых зацеплений должны быть два сопряженных или соединенных в пару контура зубчатых колес цилиндрической зубчатой передачи, что и изображено на рис. 1.

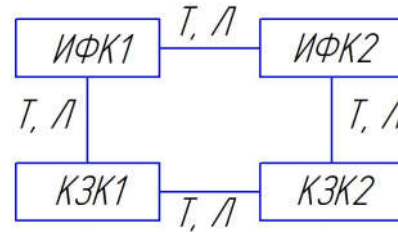


Рис.1 – Обобщенная структурная схема теоретического синтеза плоских систем зубчатых зацеплений по М.Л. Ерихову: ИФК1, ИФК2 – исходные формообразующие контура; КЗК1, КЗК2 – контура соединенных в пару зубчатых колес.

Т – точка, Л – линия

Эти контура могут быть сопряженными (обкатными) образующими цилиндрическую зубчатую передачу с линейным контактом, не сопряженными (не обкатными) образующими зубчатую передачу с теоретически точечным контактом и частично сопряженными, т.е. имеющими теоретически не контактирующие отрезки профилей главных боковых поверхностей зубьев или отрезки модификации. Еще одной особенностью соединенных в пару зубчатых контуров цилиндрической зубчатой передачи является наличие в соединенных контурах радиальных и боковых зазоров). Без боковых зазоров зубчатую передачу называют номинальной.

Второй особенностью проектирования соединенных в пару контуров цилиндрических зубчатых передач является задание этих контуров, как правило, формообразованием исходными формообразующими контурами, которые также являются звеньями системы синтеза плоских зацеплений, а линии между звеньями обозначают прямые и обратные геометрические связи между ними (см. рис. 1).

Необходимость теоретического формообразования контуров цилиндрических зубчатых колес передачи исходными формообразующими контурами объясняется рядом причин, а именно:

- первой причиной является наличие цилиндрических зубчатых передач, торцовые профили которых не обкатные (передачи Новикова–Вильдгабера), а также наличие на профилях контуров зубьев цилиндрических передач с линейным контактом не контактирующих отрезков или отрезков модификации, которые невозможно теоретически формообразовать (методом центроидного обката с постоянным отношением угловых скоростей) контуром второго зубчатого колеса, а можно формообразовать исходным формообразующим контуром или модифицированным исходным формообразующим контуром;

- второй причиной является то, что контура исходных формообразующих звеньев для формообразования контуров наиболее распространенных цилиндрических зубчатых передач с эвольвентным профилем и профилем Новикова–Вильдгабера выбирают, как правило, реечными, т.е. более простыми (состоящими из объединенных отрезков прямых линий и окружностей) чем контура зубчатых колес передачи, и их проще задать чисто теоретическим методом и проще математически описать.

- третьей причиной является нормализация и унификация, как зубчатых передач, так и сложнопрофильных зубообрабатывающих инструментов, т.к. исходные формообразующие контура являются зачастую прототипами зубообрабатывающих инструментов.

Объединив все существующие схемы синтеза в одну систему зацеплений М.Л. Ерихов создал систему универсальной классификации, как зубчатых зацеплений, так и способов их формообразования [3].

Основным классификационным признаком системы является наличие точечного или линейного контакта между звеньями системы. Предложенная система зацеплений, во-первых, учитывает технологические свойства зацеплений (используя ИФК как прототип зубообрабатывающего инструмента), что явилось решающим фактором для совершенствования технологии производства зубчатых передач [3].

Во-вторых, эта система является обобщающей, т.е. включает все существующие и несуществующие плоские системы синтеза зубчатых зацеплений.

И, в-третьих, она является непротиворечивой, т.е. она может развиваться, уточняться, но принципиально никогда не изменится. Это доказывает М.Л. Ерихов при разработке классификации зубчатых зацеплений [3].

Полностью соглашаясь с его утверждением, следует отметить, что для разработки логической и обобщенной математической модели формообразования звеньев системы плоских зубчатых зацеплений предложенную систему зубчатых зацеплений М.Л. Ерихова все-таки необходимо уточнить и дополнить.

Если М.Л. Ерихов ставил своей целью ответить на вопрос, могут ли существовать системы зацеплений с лучшими, чем у известных, свойствами, а также прогнозировать эти свойства для неизвестных в данное время систем зацеплений, то мы расширим цель наших исследований с точки зрения улучшения качественных характеристик сопряженных зубчатых колес, в том числе модифицированных, и повышения эффективности производства зубчатых передач. Для этого рассмотрим существующие структурные схемы теоретического синтеза цилиндрических зубчатых передач.

На практике при формообразовании сопряженных контуров цилиндрических зубчатых передач используют исходные формообразующие реечные контура, которые задаются, как контршаблоны исходных реечных контуров, с обеспечением радиальных зазоров между выступами исходных реечных контуров и впадинами исходных формообразующих реечных контуров. Исходные зубчатые контура являются представителями данного класса цилиндрических зубчатых передач. Исходными зубчатыми контурами для цилиндрических зубчатых колес с внешними зубьями и открытыми венцами, как правило, являются исходные зубчатые реечные контура (т.е. зубчатые контура с бесконечным числом зубьев) или для зубчатых колес с внутренними зубьями исходные дисковые зубчатые контура. Исходные реечные контура, также, как и исходные формообразующие реечные контура, в общем случае являются различными для каждого зубчатого контура цилиндрической зубчатой передачи. Однако, в частном случае, они могут быть идентичными для двух сопряженных контуров цилиндрической зубчатой передачи. Следовательно, исходные контура также должны быть звеньями обобщающей системы теоретического формообразования контуров цилиндрических зубчатых передач. Сами исходные формообразующие контура задаются, как чередующиеся вдоль делительной линии исходные формообразующие профили. Следовательно, исходные формообразующие профили также являются звеньями плоской системы зубчатых зацеплений.

Звеньями системы зубчатых зацеплений должны быть и контура заготовок формообразуемых зубчатых контуров (рис. 2).

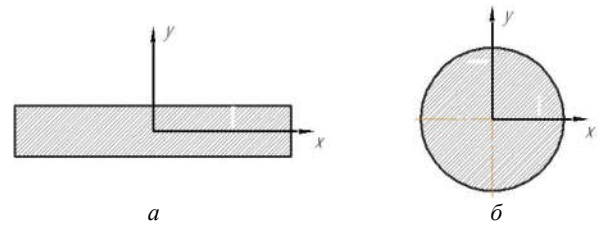


Рис. 2 – Контура заготовок цилиндрической зубчатой передачи:  
а – заготовка зубчатого реечного контура;  
б – заготовка зубчатого дискового контура

Структурная схема синтеза эвольвентных цилиндрических зубчатых передач внешнего зацепления с единым стандартным исходным контуром представлена на рис. 3.

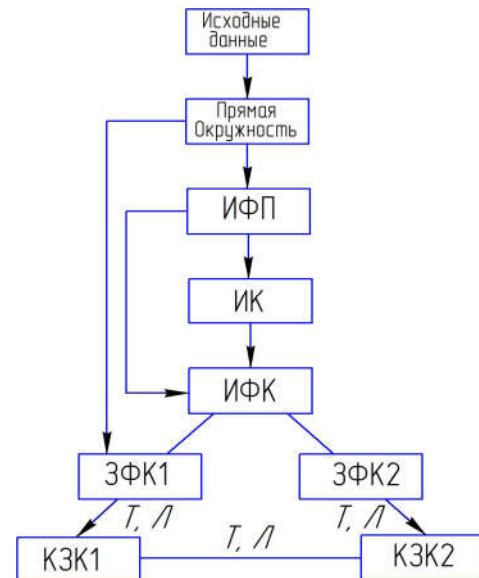


Рис. 3 – Структурная схема формообразования эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи внешнего зацепления с использованием единого стандартного исходного реечного контура:  
ИФП – исходный формообразующий профиль; ИК – исходный реечный контур; ИФК – исходный формообразующий реечный контур; ЗФК1, ЗФК2 – заготовки формообразуемых зубчатых контуров; КЗК1, КЗК2 – контура сопряженных эвольвентных зубчатых передач

Как видно из рис. 3, для эвольвентных цилиндрических колес может быть определен единый исходный реечный контур для целого семейства сопряженных эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. Причем линейные параметры исходного контура пропорциональны модулю. Использование для формообразования цилиндрических передач стандартного исходного контура значительно ограничивается область существования эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи [8].

Структурная схема теоретического формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колес с единым стандартным исходным контуром (см. рис. 3.) включает исходные данные, элементы исходного профиля (координаты базовых точек, отрезки прямых и окружностей) звенья (исходный формообразующий профиль, исходный контур, исходный формообразующий контур, заготовки формообразуемых контуров, контура сопряженных зубчатых колес), а также связи,



ограничения и условия обеспечивающие задание и формообразование зубчатых контуров.

Связями системы являются связи между параметрами установки контуров, а также связи между параметрами движения контуров.

Ограничениями системы, которые задаются в исходных данных, являются ограничения по толщине на диаметре выступов контуров, по ширине на граничном диаметре впадин контуров по качественным показателям зацепления контуров (приведенные радиусы кривизны, скорости скольжения и др.) зубчатой передачи.

Процессами системы теоретического формообразования цилиндрических эвольвентных зубчатых передач являются теоретическое задание исходного формообразующего профиля, задание исходных и исходных формообразующих контуров и процессы формообразования контуров остальных звеньев системы, а также процессы анализа и синтеза соединенных контуров цилиндрической зубчатой передачи. Связи и процессы на структурной схеме обозначены линиями. Для реализации методик необходимы методики, алгоритмы, программы на ПЭВМ.

Структурная схема формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колес внутреннего зацепления с применением реечного и дискового исходных формообразующих зубчатых контуров представлена на рис. 4.

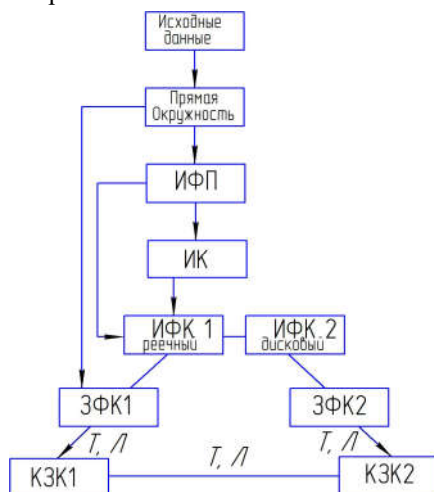


Рис. 4 – Структурная схема формообразования эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи внутреннего зацепления с использованием стандартного исходного реечного и дискового контуров

Структурная схема формообразования эвольвентных сопряженных контуров цилиндрических зубчатых колес без стандартных исходных контуров, но с использованием исходных формообразующих профилей по Э.Б. Вулгакову представлена на рис. 5.

Оригинальный метод синтеза зубчатых зацеплений с точечным контактом предложил М.Л. Новиков, на основе задания контактной линии траекторией движения контактной точки в неподвижной системе координат через эту линию затем проводятся отсеки не обкатных поверхностей. Этот метод позволил создать косошупые цилиндрические зубчатые передачи с выпукло-вогнутыми профилями большей, по сравнению с эвольвентными, нагрузочной способностью [6]. Структурная схема формообразования эвольвентных

сопряженных контуров цилиндрических зубчатых колес зацепления Новикова представлена на рис. 6.

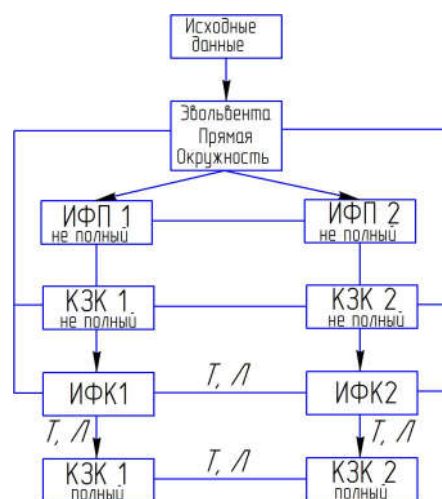


Рис. 5 – Структурная схема формообразования эвольвентных сопряженных контуров цилиндрических зубчатых колес по Э.Б. Вулгакову

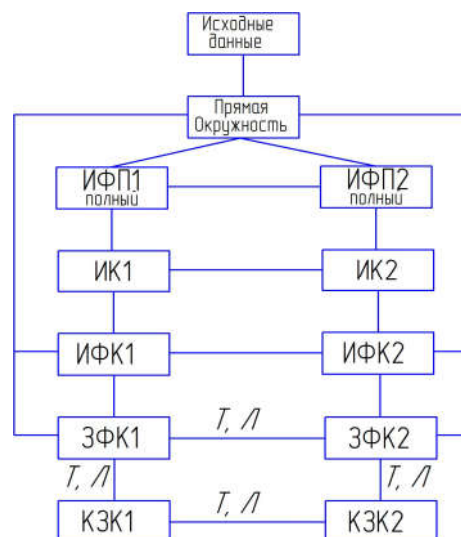


Рис.6 – Структурная схема формообразования эвольвентных сопряженных контуров цилиндрических зубчатых колес зацепления Новикова

Анализируя существующие структурные схемы задания и формообразования звеньев системы можем констатировать, что обобщенная структурная схема синтеза плоских систем цилиндрических зубчатых зацеплений должна состоять из исходных данных, элементов, звеньев, процессов задания и формообразования звеньев и связей между звеньями.

Исходные формообразующие контура цилиндрических зубчатых передач в научной и технической литературе называют исходным производящими или исходными инструментальными контурами. Однако, на наш взгляд, эти понятия следует уточнить и разделить. Так, для реального формообразования одного и того же контура цилиндрического зубчатого колеса можно использовать множество однотипных (например, реечных) ИФК и выбор из этого множества за прототип инструмента одного ИФК (для неперетачиваемых) или части множества ИФК, которое может быть принято за прототип и реализовано (в результате переточек) в од-

ном зуборезном инструменте представляет собой отдельную задачу технологического формообразования. Но, задача определения множества ИФК которые можно реализовать при теоретическом формообразовании уже заданных зубчатых контуров передачи решается в рамках системы теоретического формообразования.

Поэтому исходными формообразующими контурами (ИФК) мы будем называть контура, которые используются чисто для теоретического формообразования контуров цилиндрических зубчатых колес, а исходными производящими контурами (ИПК) мы будем называть контура которые являются прототипами зубообрабатывающих инструментов и которые определяются при решении прямой задачи формообразования [13]. В частном случае ИФК и ИПК могут совпадать. Поэтому исходные, исходные формообразующие и исходные производящие контура должны быть отдельными звеньями формообразующей плоской системы теоретического формообразования зубчатых контуров.

Итак, проведенный анализ показывает, что обобщенная структурная схема теоретического синтеза системы зубчатых контуров цилиндрических зубчатых передач с теоретически точечным и с теоретически линейным контактом должна включать следующие элементы и звенья:

- исходные данные;
- библиотеку кинематических линий; а также линий, полученных специальным расчетом [12, 23];
- исходные формообразующие профили;
- исходные контуры;
- исходные формообразующие контуры;
- множества исходных производящих контуров, которые возможно реализовать в оном исходном инструментальном теле;
- контуры заготовок зубчатых звеньев (ЗЗК);
- контуры цилиндрической зубчатой передачи (КЗК).

Прямые и обратные связи между звеньями являются связями между параметрами установки звеньев и параметрами относительного движения, а также связями, обеспечивающими формообразование и сопряжение звеньев [13].

Анализ существующих способов теоретического синтеза цилиндрических зубчатых передач с произвольным, но постоянным вдоль оси зубчатого колеса профилем главной боковой поверхности показывает,

что не все способы теоретического синтеза цилиндрических передач рассмотрены с достаточной полнотой, прежде всего, из-за отсутствия более детальной обобщенной структурной схемы ее теоретического задания и формообразования, ее обобщенной кинематической схемы, а также отсутствием обобщенной унифицированной программно-реализованной математической и логической моделей формообразования. Наличие в структурной схеме синтеза плоских систем зубчатых зацеплений исходного производящего контура связывает эту систему с технологической системой синтеза. Однако технологическая система синтеза зубчатых зацеплений и ее взаимосвязь с теоретической требует отдельного детального рассмотрения в рамках формообразующе-производящей системы зубчатых зацеплений [2].

Обобщенная структурная схема синтеза плоских систем зубчатых зацеплений в нашей трактовке определяет структурные схемы задач, которые необходимо решить при синтезе, а классификация обобщенной структурной схемы представляет множество возможных вариантов синтеза [22].

Более совершенная обобщенная структурная схема синтеза плоских систем зубчатых зацеплений является предпосылкой для создания обобщенной геометро-кинематической и обобщенной структурной унифицированной математической модели формообразования.

Обобщающая геометро-кинематическая схема формообразования – это множество возможных ИФК, множество возможных вариантов движения исходного формообразующего контура относительно неподвижного контура заготовки в системе координат контура заготовки при формообразовании зубчатых контуров профильным методом, методом следа, методом касания, методом центроидного и внецентроидного обката. Варианты представления кинематических схем формообразования в технической литературе представлены на рис. 7. Существующие в технической литературе кинематические схемы формообразования обычно обозначают абсолютные движение исходного формообразующего контура и контура заготовки в своих собственных системах координат (см. рис. 7, а) [1]. Проф. П.Р. Родин предложил представлять геометро-кинематическую схему формообразования, изображенную на рис. 7, б [13].

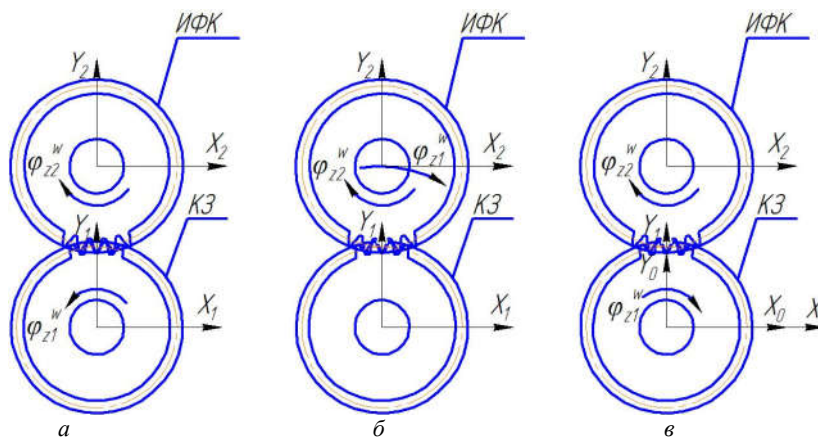


Рис. 7 – Геометро-кинематические схемы движения исходных формообразующих контуров (ИФК) и контуров заготовок (КЗ) при формообразовании КЗ: а – обозначение абсолютных вращательных движений ИФК и контура заготовки в собственных системах координат; б – обозначение двух вращательных движений ИФК относительно неподвижного контура заготовки по П.Р. Родину; в – обозначение двух вращательных движений ИФК относительно неподвижного контура заготовки, согласно теории отражения аффинного пространства [16]

Однако, как доказал проф. Б.А. Перепелица, представление обобщенной структурной геометро-кинематической схемы формообразования сложно-профильных зубчатых контуров (см. рис.7, в) и разработка их обобщенной структурной унифицированной математической модели формообразования наиболее информативно возможно представить благодаря широким возможностям математического аппарата многопараметрических отображений аффинного пространства, позволяющего структурно описывать геометрические объекты и их относительные движения любой сложности [16].

**Цель и задачи работы.** Целью данной работы является совершенствование обобщенной унифицированной программно-реализованной математической модели формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений, профили которых состоят из множества объединенных отрезков различных линий и включают точки излома.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Совершенствовать обобщенный граф задания и формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений.

2. Разработать обобщенную унифицированную программно-реализованную методику задания и математического описания исходных формообразующих профилей, в том числе модифицированных.

3. Определить классификационные признаки и классифицировать исходные формообразующие профили.

4. Разработать программно-реализованную методику задания и математического описания исходных контуров, исходных формообразующих и исходных производящих контуров, контуров зубчатых колес.

5. Разработать обобщенную геометро-кинематическую схему формообразования зубчатых звеньев и обобщенную унифицированную программно-реализованную математическую модель относительных движений формообразующих звеньев плоских систем зубчатых зацеплений.

6. Разработать программно-реализованную обобщенную унифицированную математическую модель прямого и обратного формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений.

7. Представить известные кинематические схемы формообразования зубчатых контуров и их математические модели, как частные варианты обобщающей схемы формообразования и частные варианты обобщающей структурной унифицированной математической модели формообразования.

8. Определить особенности логические связи при формообразовании особыми точками излома профиля и при наличии подрезания профиля.

**Основная часть.** Как показал анализ, обобщенный граф системы теоретического синтеза плоских зубчатых зацеплений включает исходные данные, элементы и звенья системы, процессы и математические модели задания и формообразования звеньев системы, связи между элементами и звеньями.

Исходные данные включают число зубьев, модуль, окружной, линейный или нормальный шаг, базовые точки и линии при задании профиля, передаточные отношения между звеньями, параметры ис-

ходного контура, геометро-кинематические ограничения и др. условия формообразования. Элементами системы являются базовые точки и их координаты, отрезки линий, составляющих профиль.

На основании вышеприведенного анализа граф уточненной обобщенной структурной схемы теоретического формообразования плоских систем зубчатых зацеплений можно представить рис. 8.

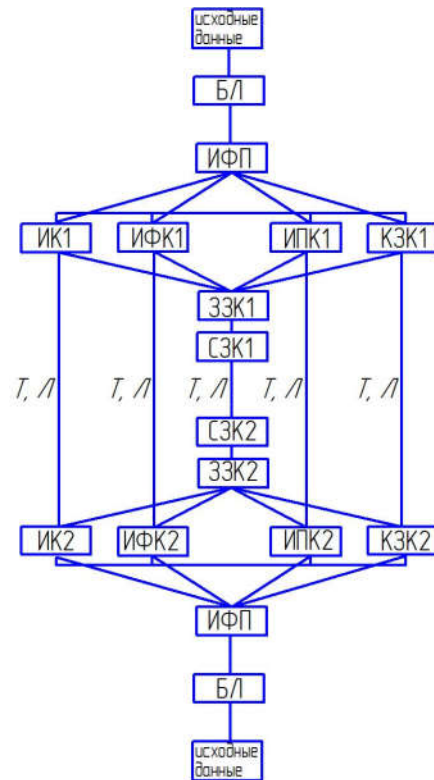


Рис. 8 – Обобщенный граф формообразующей системы плоских зубчатых зацеплений (ФСЗ):

ИПК – множество исходных производящих контуров

Приведенный на рис. 8 обобщенный граф задания и формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений отличается от существующих схем более высоким уровнем обобщения, т.е. максимально возможным количеством звеньев и функционально-логических связей между ними, наличием библиотеки плоских кинематических линий, заданием полного профиля исходных формообразующих профилей, разделением контуров на формообразующие чисто теоретические и производящие (прототипы зуборезных инструментов).

Линии между звеньями плоской системы зубчатых зацеплений означают прямые и обратные функционально-логические связи между звеньями, определяющие наличие точечного и линейного контакта, параметры относительной установки и относительного движения звеньев, метод формообразования (обката, следа, копирования) и другие геометро-кинематические условия взаимодействия звеньев при формообразовании. Обобщенная схема позволит задать множество частных схем (вариантов) задания и формообразования плоских систем зубчатых зацеплений

К каждому из элементов ИФП предъявляются различные требования к закону изменения их дифференциальных характеристик в соответствии с их функциональными назначениями. Поэтому для воз-



возможности выбора оптимального или рационального отрезка для каждого элемента ИФП нам необходимо задать библиотеку кинематических линий.

Обобщенное унифицированное математическое описание множества плоских кинематических линий, включая используемые в настоящее время, может быть компактно представлено в матричном виде с применением теории многопараметрического отображения аффинного пространства [23]. Плоская линия как траектория движения точки может быть представлена многопараметрическим ее отображением и уравнениями связи между параметрами.

Обобщенное матричное уравнение полного ИФП запишется как объединение кусочно-заданных функций (3), т.е. [25]:

$$m_{r_n} = m_{r_{n1}} \cup m_{r_{n2}} \cup \dots m_{r_{ni}} \cup \dots m_{r_{nk}}, \quad (1)$$

где  $\cup$  – знак объединения;

$K$  – количество объединенных кусочно-заданных функций (элементов ИФП).

Как показал анализ [25], независимые параметры в каждой из кусочно-заданных функций, объединенных в ИФП различные и в точках объединения изменяются не непрерывно, что усложняет составление программ на ПЭВМ и увеличивает время расчета. Поэтому была разработана методика приведения матричных уравнений всех объединенных отрезков кинематических линий, составляющих профиль, к одному независимому параметру изменяющегося непрерывно при переходе от одного отрезка к другому [25].

Таблица 1 – Таблица основных классов исходных формообразующих профилей.

Номер класса ИФП					
1	2	3	4	5	6
Классификационный признак					
$\rho_n = \infty$ выпуклый	$\rho_n = \text{const}$ выпуклый	$\rho_n = \text{var}$ выпуклый	$\rho_n = \infty$ вогнутый	$\rho_n = \text{const}$ вогнутый	$\rho_n = \text{var}$ вогнутый

Более сложные профили исходных профилей (например, выпукло-вогнутые) являются комбинацией этих шести классов профилей. Используя данную методику можно задать огромное множество исходных формообразующих профилей выступов или впадин зубьев, а тиражируя ИФП, вдоль делительной линии с определенным шагом можно задать такое же множество плоских ИК, ИФК, ИПК или КЗК. Следует при этом задать не только профиль главной боковой поверхности, но и профиль вершин, профили переходных поверхностей впадин и поверхностей впадин.

С использованием теории множеств матричное уравнение плоских контуров запишется в виде:

а) для реечных контуров:

$$m_{r_{kp}} = m_{r_{kp1}} \cup m_{l_{kp}} m_{r_{kp1}} \dots \cup m_{(i-1)l_{kp}} m_{r_{kp1}} \dots \cup m_{(z-1)l_{kp}} m_{r_{kp1}}; \quad (2)$$

б) для дисковых контуров:

Преимущество такого математического описания нескольких объединенных кусочно-заданных функций с одним, изменяющимся непрерывно, независимым параметром состоит в том, что при составлении программы на ПЭВМ, например, в системе Mathcad, можно оперировать одной функцией. Например, дифференцировать не каждый отрезок линии в отдельности, а весь контур, что позволяет понизить вероятность ошибки при написании программы и уменьшить время расчетов.

Для синтеза плоских систем зубчатых зацеплений необходимо выполнить классификацию исходных формообразующих профилей. В настоящее время основным классификационным признаком при классификации ИФП является форма профиля главной боковой поверхности (прямая линия, окружность, эвольвента, циклоида, синусоида, эволюта и др.). Качественной характеристикой формы профиля главной боковой поверхности зубьев цилиндрических зубчатых передач является выпуклость и вогнутость. А также значение радиуса кривизны профиля, т.е.  $\rho = \infty$ ,  $\rho = \text{const}$  и  $\rho = \text{var}$ . По этим признакам все профили разделяются на шесть основных классов. Для профиля с  $\rho = \infty$  его качественной характеристикой является знак угла профиля, т.е.  $\alpha = "+"$  или  $\alpha = "-"$ . Профиль главной боковой поверхности может состоять также с объединенных отрезков двух профилей с различными качественными характеристиками. В табл. 1 представлены основные классы ИФП главной боковой поверхности зубьев.

$$m_{r_{kd}} = m_{r_{kd1}} \cup m_{\phi_{zkd}} m_{r_{kd1}} \dots \cup m_{(i-1)\phi_{zkd}} m_{r_{kd1}} \dots \cup m_{(z-1)\phi_{zkd}} m_{r_{kd1}}, \quad (3)$$

где  $m_{r_{kp}}$  – матричное уравнение реечного контура;

$m_{r_{kp1}}$  – матричное уравнение исходного формообразующего профиля рейки;

$m_{l_{kp}}$  – дискретная матрица переноса на шаг зубчатого реечного контура;

$m_{r_{kd}}$  – матричное уравнение дискового контура;

$m_{\phi_{zkd}}$  – дискретная матрица поворота на угловой шаг дискового контура;

$Z$  – число зубьев реечного или дискового зубчатых контуров.

Пример визуализации реечного и дискового контуров, выполненных на ПЭВМ в системе Mathcad, представлен на рис. 9.

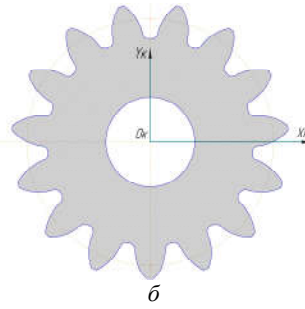
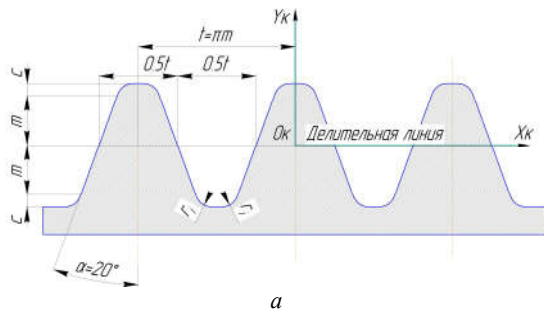


Рис. 9 – Визуализация зубчатых контуров: а – реечного; б – дискового

Для разработки обобщенной унифицированной математической модели формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений, кроме задания множества ИК, ИФК, ИПК и КЗК, нам необходимо задать обобщенную кинематическую схему формообразования, включающую все возможные частные схемы. Затем для последовательного анализа необходимо классифицировать эти схемы. Известные классификации схем формообразования, как отмечалось выше, носят слишком общий характер, или обобщают традиционные схемы формообразования методом обката [2–5].

Обобщенная кинематическая схема движения плоского исходного формообразующего зубчатого контура относительно контура заготовки формообразуемого зубчатого контура в системе координат контура заготовки может быть представлена с использованием теории многопараметрических отображений аффинного пространства, как движения контура в множестве реперов (рис. 10) [16].

Обобщенная структурная унифицированная математическая модель обобщенной кинематической схемы формообразования запишется следующим образом:

$$m_{r \partial H/D} = m_{\phi_{z0}^w} m_{v_1^w c_1^w} m_{\phi_{z1}^w l_1^w} m_{v_2^w c_2^w} m_{\phi_{z2}^w l_2^w} m_{v_3^w c_3^w} m_{\phi_{z3}^w l_3^w} m_{rk3};$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{z2}^w &= \phi_{z2}^w(\phi_{z3}^w); \\ \phi_{z1}^w &= \phi_{z1}^w(\phi_{z3}^w); \\ \phi_{z0}^w &= \phi_{z0}^w(\phi_{z3}^w); \\ l_3^w &= l_3^w(\phi_{z3}^w); \\ l_2^w &= l_2^w(\phi_{z3}^w); \\ l_1^w &= l_1^w(\phi_{z3}^w); \\ l_0^w &= l_0^w(\phi_{z3}^w); \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\phi_{z3}^w$  – независимый параметр движения;

$m_{rk3}$  – матрица формообразующего зубчатого контура;

$m_{\phi_{zi}^w l_i^w}$  – матрица движения формообразующего зубчатого контура в  $i$ -ом репере;

$m_{v_i^w c_i^w}$  – матрица координатного преобразования

при переходе от  $i$ -ого репера к  $i+1$  реперу;

$m_{r \partial H/D}$  – матричное уравнение движения формообразующего зубчатого контура (И) относительно формообразуемого (Д), в системе координат формообразуемого зубчатого контура.

Матрицы движения и матрицы координатных преобразований в уравнении (4) сведены в табл. 2.

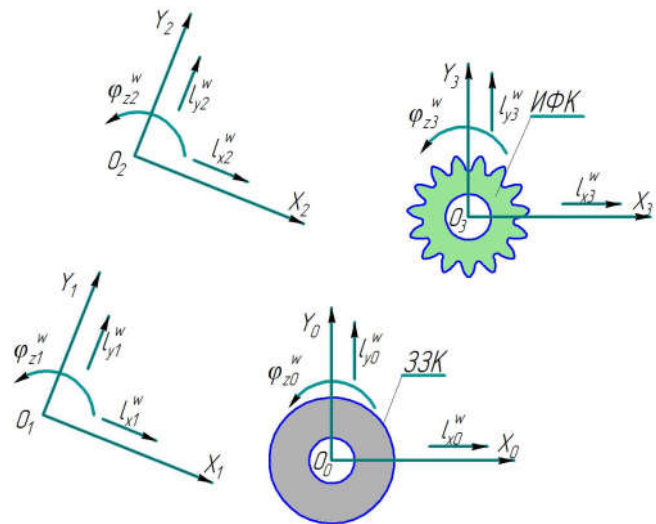


Рис. 10 – Обобщенная геометро-кинематическая схема движения плоского исходного формообразующего зубчатого контура (ИФК) относительно заготовки зубчатого контура

Для определения формообразуемого контура 2 необходимо к уравнению относительного движения (8) добавить основное условие формообразования, т.е. уравнение зацепления, которое констатирует, что, точка движущегося исходного формообразующего контура будет формообразующей в тот момент движения, когда вектор её нормали будет перпендикулярен вектору её относительной скорости или аналогу вектора относительной скорости, т.е. [1]:

$$\bar{N}_i \bar{V}_i = 0; \quad (5)$$

$$m_{r \partial H/D} = m_{\phi_{z0}^w} m_{v_1^w c_1^w} m_{\phi_{z1}^w l_1^w} m_{v_2^w c_2^w} m_{\phi_{z2}^w l_2^w} m_{v_3^w c_3^w} m_{\phi_{z3}^w l_3^w} m_{rk3};$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{z2}^w &= \phi_{z2}^w(\phi_{z3}^w); \\ \phi_{z1}^w &= \phi_{z1}^w(\phi_{z3}^w); \\ \phi_{z0}^w &= \phi_{z0}^w(\phi_{z3}^w); \\ l_3^w &= l_3^w(\phi_{z3}^w); \\ l_2^w &= l_2^w(\phi_{z3}^w); \\ l_1^w &= l_1^w(\phi_{z3}^w); \\ l_0^w &= l_0^w(\phi_{z3}^w); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$n_{xk0} v_{xk0} + n_{yk0} v_{yk0} = 0.$$

Примеры частных кинематических схем и их математических моделей формообразования приведены в табл. 3.



Таблица 2 – Таблица матриц движения и матриц координатных преобразований

$m_{l_x}$	$m_{l_y}$	$m_{\phi_z^w}$
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_x^w \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_y^w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \cos \phi_z^w & \sin \phi_z^w & 0 & 0 \\ -\sin \phi_z^w & \cos \phi_z^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
$m_{c_x}$	$m_{c_y}$	$m_{v_z}$
$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & c_x^w \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & c_y^w \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \cos v_z^w & \sin v_z^w & 0 & 0 \\ -\sin v_z^w & \cos v_z^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

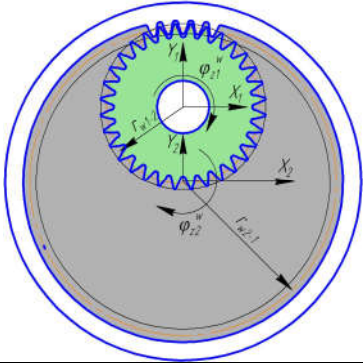
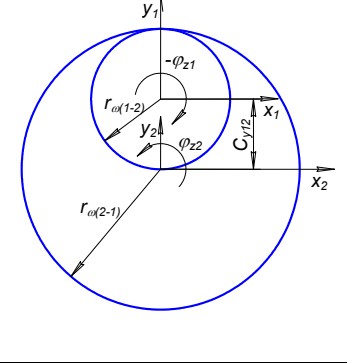
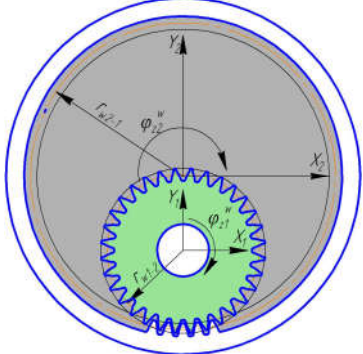
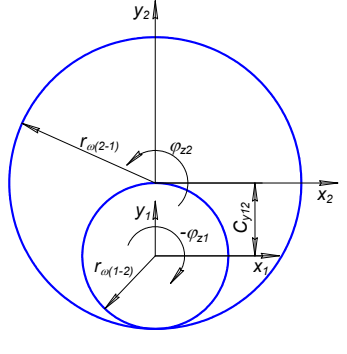
Таблица 3 – Таблица частных кинематических схем и математических моделей формообразования плоских систем зубчатых зацеплений

Кинематическая схема формообразования	Расчетная схема формообразования	Уравнение относительного движения в системе координат заготовки
1	2	3
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{C_{y12}} m_{l_1} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $l_{x1} = K_{lx1} \phi_{z2}^w;$ $K_{lx1} = r_{w(2-1)};$ $C_{y12} = r_{w(2-1)};$ $m_{rn} m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{C_{y12}} m_{l_1} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $l_{x1} = K_{lx1} \phi_{z2}^w;$ $K_{lx1} = -r_{w(2-1)};$ $C_{y12} = -r_{w(2-1)};$ $m_{rn} m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{l_2} m_{C_{y12}} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $l_{x2} = K_{lx2} \phi_{z1}^w;$ $K_{lx2} = r_{w(1-2)};$ $C_{y12} = -r_{w(1-2)};$ $m_{rn} m_{rv} = 0.$

Продолжение таблицы 3

1	2	3
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{l2} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $l_{x2} = K_{lx2} \phi_{z1}^w;$ $K_{lx2} = -r_{w(1-2)};$ $C_{y12} = -r_{w(1-2)};$ $m_m m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = \frac{r_{w(1-2)}}{r_{w(2-1)}};$ $C_{y12} = r_{w(1-2)} + r_{w(2-1)};$ $m_m m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = \frac{r_{w(1-2)}}{r_{w(2-1)}};$ $C_{y12} = -(r_{w(1-2)} + r_{w(2-1)});$ $m_m m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = -\frac{r_{w(2-1)}}{r_{w(1-2)}};$ $C_{y12} = -(r_{w(2-1)} - r_{w(1-2)});$ $m_m m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = -\frac{r_{w(2-1)}}{r_{w(1-2)}};$ $C_{y12} = -(r_{w(2-1)} - r_{w(1-2)});$ $m_m m_{rv} = 0.$

## Завершение таблицы 3

1	2	3
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = -\frac{r_{w(1-2)}}{r_{w(2-1)}};$ $C_{y12} = r_{w(2-1)} - r_{w(1-2)};$ $m_{rn} m_{rv} = 0.$
		$m_{r\Pi(1-2)} = m_{\phi_{z2}^w} m_{Cy12} m_{\phi_{z1}^w} m_{r\Pi(1)};$ $-\frac{\pi}{4} \leq \phi_{z1}^w \leq \frac{\pi}{4};$ $\phi_{z2}^w = K_{\phi_{z2}^w} \phi_{z1}^w;$ $K_{\phi_{z2}^w} = -\frac{r_{w(1-2)}}{r_{w(2-1)}};$ $C_{y12} = -(r_{w(2-1)} - r_{w(1-2)});$ $m_{rn} m_{rv} = 0.$

При решении математической модели формообразования существует ряд проблем. Первая – это формообразование исходным формообразующим контуром, который имеет точки излома. Поэтому вначале необходимо установить есть ли на исходном формообразующем контуре особые точки излома и если есть то, определить их координаты. Далее необходимо установить являются ли точки излома формообразующими или нет.

Для этого необходимо определить угол между касательными в точке излома слева и справа [17]. Если угол меньше  $180^\circ$ , то точка излома будет не формообразующей, и особенности прямого и обратного формообразования в этом случае подробно рассмотрены в работе [28]. Если угол между касательными больше  $180$  градусов, значит точка излома является формообразующей. И тогда при формообразовании на формообразуемом профиле получается разрыв (рис. 11), который заполняется траекторией относительного движения точки излома в системе координат заготовки в соответствии с уравнением (4) (рис. 12).

Можно использовать для определения формообразуемых точек точкой излома и уравнение (6), используя в точке излома предложенный проф. Д.Т. Бабичевым "веер" нормалей [17].

В тоже время проф. П.Р. Родин в 1977 году писал о формообразовании точками излома [13]: "...поверхность детали, состоящую из ряда смежных участков, можно рассматривать как единую поверхность. Причем, точку излома профиля поверхности, расположенную на границе смежных участков, можно считать участком дуги окружности, радиус которой стремится к нулю". Но, насколько нам известно, дальнейшее развитие эта идея не получила и серьезных математических моделей на ее основе не создавалось.

Следует также учитывать, что при изготовлении реальных инструментов в точке излома всегда получа-

ем небольшой радиус скругления. Как показали замеры на микроскопе зубьев сборных червячных фрез с точками излома, на вершинной кромке величина радиуса скругления в особой точке излома составляет  $0,025-0,03$  мм.

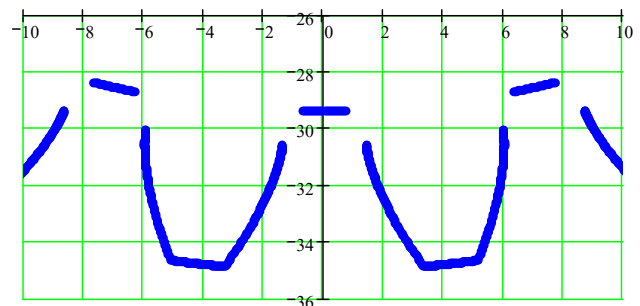


Рис. 11 – Контур зубчатого колеса полученный исходным формообразующим реечным контуром с формообразующей точкой излома

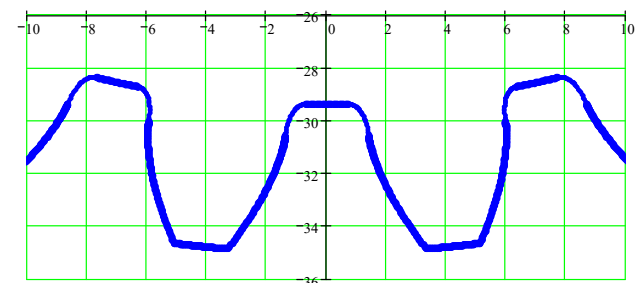


Рис. 12 – Контур зубчатого колеса полученный исходным формообразующим реечным контуром с особой точкой излома с учетом заполнения разрыва траекторией движения особой точки излома

Определим величину различия между формообразованием особой точкой излома и заменой ее участком



окружности с малым радиусом величиной до 0,3 мм. Сравнение формообразованных профилей контуров зубчатых колес исходными формообразующими реечными контурами с точкой излома и при замене точки излома малым радиусом величиной 0,3 мм представлено на рис. 13.

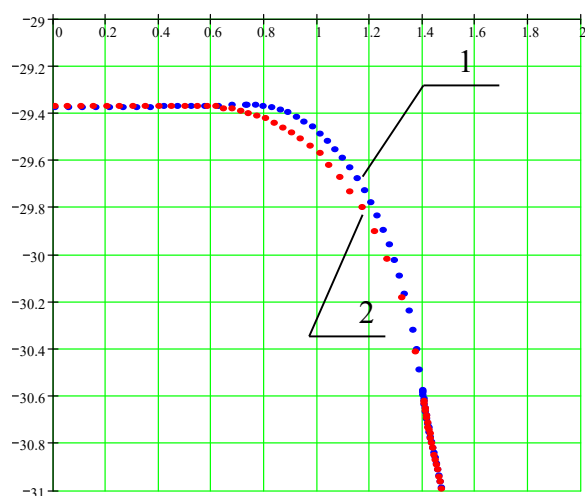


Рис. 13 – Профили переходных участков профиля, полученные точкой излома (1) и радиусным участком (2)

Погрешность формообразуемого профиля при замене точки излома радиусным участком составляет менее 0,1 мм (см. рис. 13), что вполне допустимо при формообразовании не рабочих участков профиля.

Вторая проблема заключается в том, что на формообразуемом профиле может образоваться точка излома, в результате подрезания (в том числе подрезание возможно и формообразуемой точкой излома). В этом случае необходимо определить точки излома на формообразуемом контуре как пересечение двух смежных кривых, что учитывается алгоритмом модели формообразования при разработке программы на ПЭВМ.

Следует также учитывать, если при формообразовании все точки на ИФК в том числе и особые будут формообразующими, то и, при обратном формообразовании при тех же параметрах установки мы получим, тот же ИФК с теми же точками излома. Так, в табл. 4 представлены координаты точки излома реечного контура, образованного при его формообразовании зубчатым дисковым контуром, изображенным на рис. 12.

Пример формообразования модифицированным исходным формообразующим реечным контуром дисковых контуров зубчатых колес приведен в табл. 4.

Таблица 4 – Таблица координат формообразования реечного контура с точкой излома

Значение параметра движения, при котором выполняется условие $\vec{N} \cdot \vec{V} = 0$ в точке излома		Координата X точки излома, соответствующая значению параметра движения		Координата Y точки излома, соответствующая значению параметра движения	
$x_{пн} =$	0	0	0	0	0
	-0.1	0.826091404	3.12499197		
	0.233906000448416	0.826087548	3.125002319		
	0.228497864668812	0.826087585	3.125002174		
	0.223088483369139	0.826087622	3.125002034		
	0.217679102146453	0.826087658	3.1250019		
	0.212269721190591	0.826087693	3.125001772		
	0.206860340501096	0.826087727	3.12500165		
	0.201450960077659	0.82608776	3.125001534		
	0.196041579919933	0.826087793	3.125001424		
	0.19063220002752	0.826087824	3.125001319		
	0.185222820400095	0.826087855	3.125001219		
	0.179813441037295	0.826087885	3.125001125		
	0.17440406193872	0.826087914	3.125001035		
	0.168994683103946	0.826087943	3.12500095		
	0.163585304532774	0.82608797	3.125000871		
	0.158175926224752	0.826087997	3.125000795		

### Выводы:

1. Предложена более совершенная обобщенная структурная схема формообразовании плоских систем зубчатых зацеплений.

2. Обобщены и развиты вопросы по заданию, классификации и математическому описанию исходных формообразующих профилей и контуров зубчатых звеньев плоских систем зубчатых зацеплений.

3. Разработана обобщенная кинематическая схема формообразования контуров зубчатых звеньев плоских систем зубчатых зацеплений.

4. Разработана обобщенная структурная унифицированная математическая модель формообразования зубчатых контуров плоской системы зубчатых зацеплений.

5. Систематизированы известные схемы формообразования.

6. Разработан и реализован пакет программ в системе Mathcad по формообразованию различных частных схем формообразования. Приведены примеры расчета.

7. Разработанные обобщенные математические программно реализованные модели задания и теоретического формообразования зубчатых звеньев плоских систем зубчатых зацеплений с использованием компьютерно-интегрированной системы управления качественными показателями зубчатых передач с применением сплайн-интерполяции позволяют значительно улучшить эксплуатационные и др. показатели цилиндрических зубчатых передач [29].

8. Необходимо продолжить теоретические исследования по детализации классификации и анализу новых кинематических схем формообразования с целью получения новых более эффективных видов и типов цилиндрических зубчатых передач, новых способов обработки и новых зубообрабатывающих инструментов.

#### Список литературы

- Литвин Ф. Л. *Теория зубчатых зацеплений*. Москва, Наука, 1968. 584 с.
- Кривошея А. В., Сторчак М. Г., Данильченко Ю. М., Тернюк Н. Э., Воронцов Б. С., Устиненко А. В. Разработка концепции, структуры и принципов создания и функционирования новой технической системы синтеза зубчатых передач. *Вісник Національного технічного університету "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу*. Харків, 2015. № 34. С. 64–74.
- Ерихов М. Л. *Принципы статистики, методы анализа и вопросы синтеза зубчатых зацеплений*. Дисс. ... докт. техн. Хабаровск. 1972. 324 с.
- Колчин Н. И. *Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений*. Ленинград, Машгиз, 1949. 208 с.
- Шевелева Г. И. *Проектирование зубчатых зацеплений по локальным условиям*. Москва, Машиностроение. 1986. 52 с.
- Новиков М. Л. *Зубчатые передачи с новым зацеплением*. Москва, ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1958. 144 с.
- Шишов В. П. *Теория, математическое обеспечение и реализация синтеза высоко нагруженных передач зацеплением для промышленного транспорта*. дисс. докт. техн. наук. Луганск, 1994. 525 с.
- Вулгаков Э. Б. *Теория эвольвентных зубчатых передач*. Москва, Машиностроение, 1995. 320 с.
- Севрюк В. Н. *Теория круговинтовых поверхностей в проектировании передач Новикова*. Харьков, Изд-во Харьковского ун-та, 1972. 167 с.
- Болотовский И. А., Гурьев Б. И., Смирнов В. Э., Шендерей Б. И. *Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления*. Москва, Машиностроение, 1974. 160 с.
- Тернюк Н. Э. Структурно-параметрический синтез оптимальных технологических систем для производства зубчатых колес. *Повышение технического уровня зубчатых передач энергонасыщенных тракторов: сборник научных трудов*. Харьков, 1982. С. 58–60.
- Павлов А. И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом. *Вестник НТУ "ХПИ"*. Харьков, 2002. Вып. 6. том 1. С. 43–45.
- Родин П. Р. *Основы формообразования поверхностей резанием*. Киев, Вища школа, 1981. 152 с.
- Лашнев С. И., Юликов М. И. *Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ*. Москва, Машиностроение, 1975. 391 с.
- Цвис Ю. В. *Профилирование режущего обкатного инструмента*. Москва, Машгиз, 1961. 155 с.
- Перепелица Б. А. *Отображение аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием*. Харьков, Вища школа, 1981. 152 с.
- Бабичев Д. Т. *Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений*. Дисс. ... докт. техн. наук. Тюмень, 2005. 424 с.
- Баландин А. Д. Программное обеспечение задач проектирования режущих инструментов. *Прогрессивные технологии, конструкции и системы в приборо- и машиностроении: тез. докл. Всероссийской научно-технической конференции*. Калуга, 1999. С. 7.
- Люкшин В. С. *Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов*. Москва, Машиностроение, 1967. 372 с.
- Радзевич С. П. *Формообразование сложных поверхностей на станках с ЧПУ*. Киев, Вища школа, 192 с.
- Решетов Д. Н., Портман В. Т. *Точность металлорежущих станков*. Москва, Машиностроение, 1986. 336 с.
- Кривошея А. В., Мельник В. Е. Схематичне і структурне представлення способів задання та формоутворення плоских систем зубчастих зацеплень. *Вісник ЖДТУ. Технічні науки*. Житомир, 2003. № 2(26), С. 94–100.
- Кривошея А. В., Пасичный О. О., Мельник В. Е. Математическое описание и классификация кинематических линий с позиции многопараметрического отображения аффинного пространства. *Сборник научных трудов ЖДТУ*. Кировоград, 2003. № 13. С. 44–51.
- Кривошея А. В., Петасюк О. У., Мельник В. Е., Коринец А. В. Методика задания и математического описания исходных формообразующих профилей. *Сверхтвердые материалы*. Киев, 2004. № 1, С. 52–65.
- Мельник В. Е. Совершенствование методики математического описания исходных формообразующих профилей системы зубчатых зацеплений. *Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник*. Харьков, НТУ "ХПИ", 2004. № 66. С. 97–108.
- Кривошея А. В., Пасичный О. О., Мельник В. Е. Задание, математическое описание и 3D моделирование зубчатых контуров и зубчатых звеньев системы зубчатых зацеплений. *Серія "Машинобудування і машинознавство"*. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Донецьк, 2005. № 92. С. 249–262.
- Кривошея А. В., Мельник В. Е., Сташкевич С. И. Совершенствование обобщенной структурной схемы теоретического формообразования плоских контуров цилиндрических зубчатых колес с различным профилем. *Породоразрушающий и металлообрабатывающий инструмент – техника и технология его изготовления и применения: Сб. науч. трудов ИСМ им. В. Н. Бакуля НАН Украины*. Киев, 2009. № 12. С. 478–484.
- Кривошея А. В., Мельник В. Е., Данильченко Ю. М., Бабичев Д. Т., Сторчак М. Г. Особенности прямого и обратного формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колес с модифицированным профилем у вершины зуба. *Збірник наукових праць національного технічного університету "ХПИ"*. Харків, 2012. № 36. С. 80–88.
- Воронцов Б. С. *Комп'ютерно-інтегрована система забезпечення формоутворення зубчастих коліс*. автореф. дис. ... доктора техн. наук. Київ, 2018. 40 с.

#### References (transliterated)

- Litvin F. L. *Teoriya zubchatykh zatsepleniy* [The theory of gearing]. Moscow, Nauka, 1968. 584 p.
- Krivosheya A. V., Storchak M. G., Danil'chenko Yu. M., Temyuk N. E., Vorontsov B. S., Ustinenko A. V. *Razrabotka kontseptsii, struktury i printsipov sozdaniya i funktsionirovaniya novoy tekhnicheskoy sistemy sinteza zubchatykh peredach* [Development of the concept, structure and principles of the creation and operation of a new technical system for the synthesis of gears]. *Visnik Natsional'nogo tekhnichnogo universitetu "KhPI" Seriya: Problemi mekhanichnogo privodu*. [Bulletin of the National Technical University "KhPI" Series: Problems of mechanical drive]. 2015, no. 34. pp. 64–74.
- Erikhov M. L. *Printsipy statistiki, metody analiza i voprosy sinteza zubchatykh zatsepleniy* [Principles of statistics, methods of analysis and questions of synthesis of gears]. Diss. ... dokt. tekhn. Khabarovsk, 1972. 324 p.
- Kolchin N. I. *Analitycheskiy raschet ploskikh i prostanstvennykh zatsepleniy* [Analytical calculation of flat and direct links]. Leningrad, Mashgiz, 1949. 208 p.
- Sheveleva G. I. *Proektirovanie zubchatykh zatsepleniy po lokal'nykh usloviyam* [Designing of gears by local conditions]. Moscow, Mashinostroenie. 1986. 52 p.
- Novikov M. L. *Zubchatye peredachi s novym zatsepleniem* [Gears with new gearing]. Moscow, VVIA im. N.E. Zhukovskogo, 1958. 144 p.
- Shishov V. P. *Teoriya, matematicheskoe obespechenie i realizatsiya sinteza vysoko nagruzhennykh peredach zatsepleniem dlya promyshlennogo transporta* [Theory, mathematical support and the implementation of the synthesis of highly loaded transmissions by engagement for industrial transport]. Diss. dokt. tekhn. nauk. Lugansk, 1994. 525 p.
- Vulgakov E. B., *Teoriya evol'ventnykh zubchatykh peredach* [Theory of involute gears]. Moscow: Mashinostroenie, 1995. 320 p.
- Sevryuk V. N. *Teoriya krugovintovykh poverkhnostey v proektirovani peredach Novikova* [Theory of circular surfaces in the design of Novikov's gears]. Kharkov, Izd-vo Khar'kovskogo un-ta, 1972. 167 p.
- Bolotovskiy I. A., Gur'ev B. I., Smirnov V. E., Shenderay B. I. *Tsilindricheskie evol'ventnye zubchatye peredachi vneshnego zatsepleniya* [Cylindrical involute gears with external engagement]. Moscow, Mashinostroenie, 1974. 160 p.
- Temyuk N. E. *Strukturno-parametricheskiiy sintez optimal'nykh tekhnologicheskikh sistem dlya proizvodstva zubchatykh koles* [Structural-parametric synthesis of optimal technological systems for the production of gear wheels]. *Povyshenie tekhnicheskogo urovnya zubchatykh peredach energonasyshchennykh traktorov: sbornik nauchnykh trudov* [Increase of the technical level of gear gears of energy-saturated tractors: a collection of scientific works]. Kharkov, 1982. Pp. 58–60.
- Pavlov A. I. *Osobennosti zatsepleniya s vypuklo-vognutym kontaktom* [Features of engagement with convex-concave contact]. *Vestnik NTU "KhPI"*. [Bulletin of the National Technical University "KhPI"]. Kharkov, 2002. No. 6. tom 1. Pp. 43–45.
- Rodin P. R. *Osnovy formobrazovaniya poverkhnostey rezaniem* [Basics of surface shaping]. Kiev, Vishcha shkola. 1981. 152 p.
- Lashnev S. I., Yulikov M. I. *Raschet i konstruirovaniya metallo-rezhushchikh instrumentov s primeneniem EVM* [Calculation and

- design of metal-cutting tools with the use of computers]. Moscow, Mashinostroenie, 1975. 391 p.
15. Tsvis Yu. V. *Profilirovaniye rezhushchego obkatnogo instrumenta* [Profiling of the cutting tool]. Moscow, Mashgiz, 1961. 155 p.
  16. Perepelitsa B. A. *Otobrazheniye affinogo prostranstva v teorii formoobrazovaniya poverkhnostey rezaniem* [The mapping of an affine space in the theory of the formation of surfaces by cutting]. Khar'kov, Vyshcha shk., 1981. 152 p.
  17. Babichev D. T. *Razvitiye teorii zatsepleniya i formoobrazovaniya poverkhnostey na osnove novykh geometro-kinematicheskikh predstavleniy* [Development of the theory of connections and formation of surfaces on the basis of new geometric-kinematic representations]. Diss... dokt.tekhn.nauk: Tyumen, 2005. 424 p.
  18. Balandin A. D. *Programmnoye obespecheniye zadach proektirovaniya rezhushchikh instrumentov* [Software for designing cutting tools]. *Progressivnyye tekhnologii, konstruktivnyye i sistemy v priboro- i mashinostroenii: tez. dokl. Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [Progressive Technologies, Structures and Systems in Instrument and Machine Engineering: Thesis. doc. All-Russian scientific and technical conference]. Kaluga, 1999. P. 7.
  19. Lyukshin V. S. *Teoriya vintovykh poverkhnostey v proektirovaniye rezhushchikh instrumentov* [Theory of screw surfaces in the design of cutting tools]. Moscow, Mashinostroenie, 1967. 372 p.
  20. Radzevich S. P. *Formoobrazovanie slozhnykh poverkhnostey na stankakh s ChPU* [Forming complex surfaces on CNC machines]. Kiev, Vishcha shkola. 192 p.
  21. Reshetov D. N., Portman V. T. *Tochnost' metallorazhushchikh stankov* [Precision of machine tools]. Moscow, Mashinostroenie, 1986. 336 p.
  22. Krivosheya A. V., Mel'nik V. E. *Skhematichne i strukturne predstavleniya sposobiv zadannya ta formuvorenniya ploskikh sistem zubchastikh zacheplen* [Schematic and structural representations of the method of the given shape of the flat systems of the tooth systems, zacheplen]. *Visnik ZDTU Tekhnichni nauki* [Bulletin of the ZHTU Technical sciences]. Zhitomir, 2003, no. 2(26), pp. 94–100.
  23. Krivosheya A. V., Pasichnyy O. O., Mel'nik V. E. *Matematicheskoe opisanie i klassifikatsiya kinematicheskikh liniy s pozitsii mnogoparametricheskogo otobrazheniya affinogo prostranstva* [Mathematical description and classification of kinematic lines from the position of multiparameter mapping of affine space]. *Sbornik nauchnykh trudov KDTU* [Collection of scientific works of KDTU]. Kirovograd, 2003, no. 13. Pp. 44–51.
  24. Krivosheya A. V., Petasyuk O. U., Mel'nik V. E., Korinets A. V. *Metodika zadaniya i matematicheskogo opisaniya iskhodnykh formoobrazuyushchikh profiley* [Method of assignment and mathematical description of initial form-forming profiles]. *Sverkhтвердые материалы* [Superhard materials]. Kiev, 2004, no. 1. Pp. 52–65.
  25. Mel'nik V. E. *Sovershenstvovaniye metodiki matematicheskogo opisaniya iskhodnykh formoobrazuyushchikh profiley sistemy zubchastikh zatsepleniya* [Perfection of the method of mathematical description of the initial shaping profiles of the system of gears]. *Rezaniye i instrument v tekhnologicheskikh sistemakh: Mezhd. nauchno-tekhn. sbornik NTU "KhPI"* [Cutting and tool in technological systems: Inter. scientific and technical compilation NTU "KhPI"]. Khar'kov, 2004, no. 66. Pp.97–108.
  26. Krivosheya A. V., Pasichnyy O. O., Mel'nik V. E. *Zadaniye, matematicheskoe opisanie i 3D modelirovaniye zubchastikh konturov i zubchastikh zven'ev sistemy zubchastikh zatsepleniya* [The task, mathematical description and 3D modeling of gear contours and gear units of the gear system]. *Seriya "Mashinobuduvannya i mashinoznnavstvo". Naukovi pratsi Donets'kogo natsional'nogo tekhnicheskogo universitetu*. [The task, mathematical description and 3D modeling of gear contours and gear units of the gear system]. Donetsk, 2005. No. 92. Pp. 249–262.
  27. Krivosheya A. V., Mel'nik V. E., Stashkevich S. I. *Sovershenstvovaniye obobshchennoy strukturnoy skhemy teoreticheskogo formoobrazovaniya ploskikh konturov tsilindricheskikh zubchastikh koles s razlichnykh profilem* [Consolidation of the generalized structural scheme of theoretical formation of flat contours of cylindrical gears with different profiles]. *Porodorazrushayushchiy i metaloobrabatyvayushchiy instrument – tekhnika i tekhnologiya ego izgotovleniya i primeneniya: Sb. nauch. trudov ISM im. V. N. Bakulya NAN Ukrainy* [Powder-breaking and metal-working tool – technology and technology of its manufacture and application: Sat. scientific Works of ISM them. V. N. Bakul NAS of Ukraine]. Kiev, 2009. No. 12. Pp. 478–484.
  28. Krivosheya A. V., Melnyk V. E., Danilchenko Yu. M., Babichev D. T., Storchak M. G. *Osobennosti pryamogo i obratnogo formoobrazovaniya evolventnykh tsilindricheskikh zubchastikh koles s modifitsirovannym profilem u vershiny zuba* [Features of direct and reverse shaping of elongated cylindrical gear wheels with modified profile at tops of tooth]. *Visnik Natsional'nogo Tekhnicheskogo universitetu "KhPI". Zbirnik nauchnykh prats'* [Collection of scientific works of the National Technical University "KhPI"]. Khar'kov, NTU "KhPI", 2012. No. 36. Pp. 80–88.
  29. Vorontsov B. S. *Kompyuterno-integrovana sistema zabezpechenniya formuvorenniya zubchastikh kolis* [Computer-integrated system of providing formation of gear wheels]: avtoref. dis... doktora tekhn. nauk. Kyiv, 2018. 40 p.

Поступила (received) 13.06.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Кривошея Анатолій Васильович (Кривошея Анатолий Васильевич, Krivosheya Anatoly Vasilievich)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), старший науковий співробітник, ІНМ НАН України, старший науковий співробітник відділу "Формування прецизійних елементів складнопрофільних виробів"; м. Київ, Україна; тел.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net

**Данильченко Юрій Михайлович (Данильченко Юрий Михайлович, Danilchenko Yuriy Muhailovich)** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), професор, НТУ України "КПІ імені Ігоря Сікорського", завідувач кафедри прикладної гідроаеромеханіки і механотроніки; м. Київ, Україна; тел.: (050) 690-49-73; e-mail: yumd@i.ua

**Мельник Володимир Євгенійович (Мельник Владимир Евгеньевич, Melnyk Volodymyr Yevgenyovich)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), ІНМ НАН України, старший науковий співробітник відділу "Формування прецизійних елементів складнопрофільних виробів"; м. Київ, Україна; тел.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net

**Воронцов Борис Сергійович (Воронцов Борис Сергеевич, Vorontsov Borys Serhijovych)** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), доцент, НТУ України "КПІ імені Ігоря Сікорського", старший науковий співробітник кафедри інтегрованих технологій машинобудування; м. Київ, Україна; тел.: (095) 310-26-05; e-mail: voronts@gmail.com

**Долгов Микола Анатолійович (Долгов Николай Анатольевич, Dolgov Nikolay Anatolevich)** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), старший науковий співробітник, ІПМіс імені Г.С. Писаренка НАН України, провідний науковий співробітник лабораторії зміцнення поверхні елементів конструкцій; м. Київ, Україна; тел.: (044) 286-69-57; e-mail: dna@ipp.kiev.ua

**Бабичев Дмитро Тихонович (Бабичев Дмитрий Тихонович, Babichev Dmitriy Tihonovich)** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), професор, Тюменський індустріальний університет, Інститут транспорту, професор кафедри "Деталі машин"; м. Тюмень, Росія; тел.: +7-3452-200790; e-mail: babichevdt@rambler.ru

**Баландин Анатолій Дмитрович (Баландин Анатолий Дмитриевич, Balandin Anatoly Dmitrievich)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Калужський філіал МДТУ ім. Н.Е. Баумана, доцент кафедри "Інструментальна техніка і технології"; м. Калуга, Росія; тел.: +7-4842-74-23-67; e-mail: balanad@mail.ru

**Третяк Тетяна Євгенівна (Третяк Татьяна Евгеньевна, Tretyak Tatyana Evgen'evna)** – Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший викладач кафедри інтегрованих технологій машинобудування ім. М. Ф. Семка; м. Харків, Україна; тел.: (050) 268-61-64; e-mail: mir@soliiy.com.ua